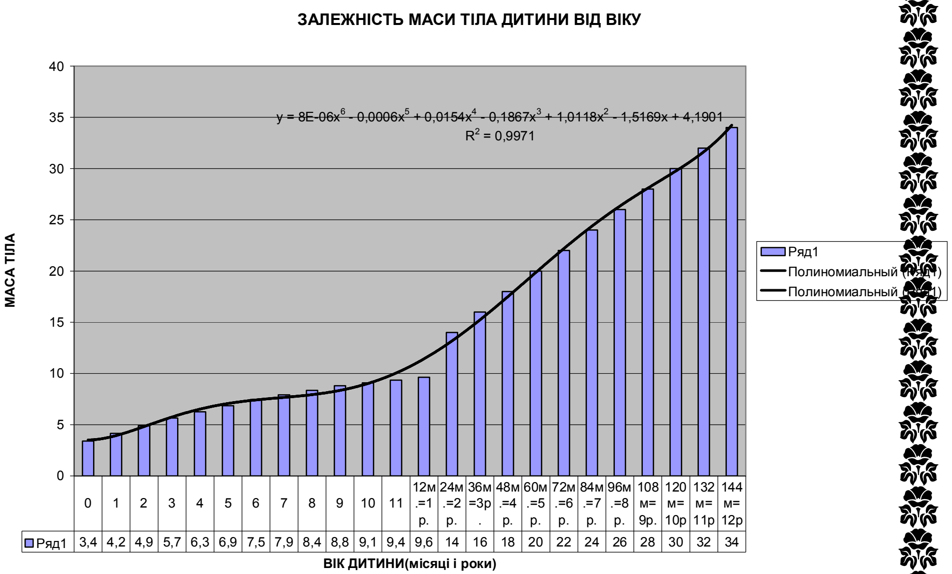
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Ім.акад. С.Дем'янчука

К.Ф.Корнілова, Д.О.Драпко

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ ВАГИ ДИТИНИ ВІД ВІКУ І ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Апроксимація поліномом першого степеня



Модель ППП 81-14

Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р. М. Літнарович

Рівне – 2008

УДК 37.015.2

Корнілова К.Ф. ,Драпко Д.О. Побудова математичної моделі залежності ваги дитини від її віку методом статистичних випробувань Монте Карло.Апроксимація поліномом першого степеня.Модель ППП 81-14.Науковий керівник Р.М.Літнарович.МЕГУ, Рівне, 2008, 43 с.

Рецензент: С.В. ЛІСОВА, доктор педагогічних наук,професор

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

На основі фактичних даних залежності ваги дитини від її віку побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів а, в поліному першого степеня апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки.

Примінений метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набирати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МЕГУ

Зміст

Передмова

За результатами фактичних даних залежності ваги дитини від віку, будується математична модель у вигляді поліному першого степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі береться вага дитини (Уі) в кг. і її вік (Хі) в місяцях. Ці дані приймались як істинні і за ними будувалась математична модель у вигляді поліному першого степеня способом найменших квадратів.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,1 .

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Нам невідомі літературні джерела, де б проводились аналогічні дослідження.

Робота буде корисною для студентів і аспірантів педагогічних вузів, для вчителів і педагогів , медичних працівників.

1. Постановка проблеми дослідження

У відомій роботі Коцур Н.І.Основи педіатрії і гігієни дітей раннього та дошкільного віку [с.60] вказано, що в нормі доношена дитина може народитися з масою тіла в межах від 2500 г до 4 кг, середня маса тіла немовлят складає 3400-3500 г для хлопчиків і 3200-3400 г для дівчаток.

Цифрові показники маси тіла немовляти мають лише орієнтовне значення. Набирають масу тіла приблизно такими темпами:

• протягом перших трьох місяців - 25г на добу(750г на місяць);
• від 3 до 6 місяців - 20г на добу(600 г на місяць);
•від 6 до 9 місяців - 15 г на добу (450г на місяць);
•від 9 до 12 місяців - 8-10г на добу (250-300 г на місяць).

Орієнтовно щомісячний приріст маси тіла ΔУ протягом першого року життя можна визначити за формулою

$$\Delta У = 800\ г-(50*n), \qquad (1,1)$$

де n – вік у місяцях.

Так, на шостому місяці маса тіла дитини має збільшитися на

$$\Delta У = 800\ г-(50*6) = 500\ г.$$

Належну масу тіла дитини НМ будь-якого місяця першого року життя можна приблизно встановити за такою формулою

$$НМ = М_н + (a*n) \qquad (1.2)$$

де $М_н$ **–**маса при народженні; **a =** 650 г для першого півріччя і **a =**550 г для другого півріччя.

Так, дитина, що народилася з масою тіла 3500 г, у сім місяців повинна важити

$$НМ = 3500+ (550*7) = 7350\ г.$$

Точніше масу тіла на першому році життя можна визначити за формулою, яку наводять К.В.Мазурін та І.М.Воронцов (1985):

- для 1 півріччя за цією формулою маса тіла дорівнює

$$НМ_1= Мн+(800г*\ n), \qquad (1.3)$$

де n- кількість місяців; 800-середній щомісячний приріст маси протягом 1 півріччя.

Для 2 півріччя життя маса тіла дорівнює

$$НМ_2=Мн + (800*6) – 400(n-6), \qquad (1.4)$$

Де 800г*6-збільшення маси за 1 півріччя; 400г-середній щомісячний приріст маси тіла за 2 півріччя; n –вік у місяцях.

У п'ятимісячному віці або й раніше маса тіла дитини подвоюється, на 12 місяців – потроюється.Невеликі відхилення від середніх показників не мають особливого значення.

Після першого року життя темпи зростання маси тіла поступово знижуються. Приблизно нормальну масу тіла дитини у віці 2-11 років можна встановити за формулою

$$НМ_{2-11}= 10кг+ 2*n, \qquad (1.5)$$

де n- кількість років.

Так, дитина в 6 років повинна важити

$$НМ_6=10кг+2*6=22кг.$$

Після року і до 7-8 років прибавка у вазі тіла в середньому складає 2 кг.

На основі приведених вище офіційних даних, нами була складена слідуюча таблиця

Таблиця 1,1. Залежність ваги тіла дитини від віку

Вік(місяці)	Вага(кг)
0	3,405
1	4,155
2	4,905
3	5,655
4	6,255
5	6,855
6	7,455
7	7,905
8	8,355

9	8,805
10	9,08
11	9,355
12м.=1р.	9,63
24м.=2р.	14
36м=3р.	16
48м.=4р.	18
60м.=5р.	20
72м.=6р.	22
84м.=7р.	24
96м.=8р.	26
108м=9р.	28
120м=10р	30
132м=11р	32
144м=12р	34

В табл. 1 маса дитини при народженні була принятою як середня маса хлопчиків і дівчаток, тобто

$M_н$= 0,5(3,450+3,300)/2=3,405.

В подальшому, на основі даних табл.. 1 і була побудована математична модель залежності ваги дитини від її віку і досліджена методом статистичних випробувань Монте Карло.

2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

У нашому випадку незалежні змінні представляються з точністю 0,1.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,05, тобто половині шкали, з якою ми працюємо. Але, поставимо перед собою задачу ще дослідити математичні моделі з граничною точністю, яку приймемо вдвічі більшу за 0,05, тобто рівну 0,1.

Сучасні калькулятори мають «вшиті» генератори для генерування випадкових чисел від 0 до 1. Але вони генерують числа тільки зі знаком «плюс».

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел $\xi_{ср.}$,

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n} \qquad (2.1)$$

Де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp} \qquad (2.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta'^2 i}{n}} \qquad (2.3)$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності K, для визначення істинних похибок необхідності точності

$$\mathrm{K} = \frac{c}{m'_\Delta}\ , \qquad (2.4)$$

де c – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m'_\Delta = 0{,}28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c = 0{,}1$, будемо мати

$\mathrm{K}_{0,1} = \dfrac{0{,}1}{0{,}28} = 0{,}357,$ а при $c = 0{,}05$, отримаємо

$$\mathrm{K} = \frac{0{,}05}{0{,}28} = 0{,}178\,.$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot \mathrm{K} \qquad (2.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta^2}{n}} \quad (2.6)$$

і порівняння $$m_\Delta = c \quad (2.7)$$

Таблиця 2. Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	Δ'ᵢ = ξᵢ-ξср	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$	Δ_i^2
1	0,51	0,417	0,093	0,008649	0,03026	0,00091581
2	0,1		-0,317	0,100489	-0,103	0,01064040
3	0,08		-0,337	0,113569	-0,1097	0,01202539
4	0,11		-0,307	0,094249	-0,100	0,00997967
5	0,06		-0,357	0,127449	-0,1162	0,01349509
6	0,74		0,323	0,104329	0,105	0,01104700
7	0,65		0,233	0,054289	0,07582	0,00574846
8	0,88		0,463	0,214369	0,151	0,02269872
9	0,29		-0,127	0,016129	-0,0413	0,00170784
10	0,75		0,333	0,110889	0,10836	0,00091581
n=10	Σ4,17		Σ0	Σ 0,94441	Σ 0	Σ0,1000000

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0{,}94441}{10}} = 0{,}3073$$

Коефіцієнт пропорційності $\mathrm{K} = \frac{0{,}1}{0{,}3073} = 0{,}325$.

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0{,}1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0{,}1000000}{10}} = 0{,}1$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$x_{спотв.} = x_{іст.} + \Delta_i$
	$x_{іст}$	$y_{іст}$		
1	**1**	**4,155**	**0,03026**	**1,030**
2	**2**	**4,905**	**-0,103**	**1,897**
3	**3**	**5,655**	**-0,1097**	**2,890**
4	**4**	**6,255**	**-0,100**	**3,900**
5	**5**	**6,855**	**-0,1162**	**4,884**
6	**6**	**7,455**	**0,105**	**6,105**
7	**7**	**7,905**	**0,07582**	**7,076**
8	**8**	**8,355**	**0,151**	**8,151**
9	**9**	**8,805**	**-0,0413**	**8,959**
10	**10**	**9,08**	**0,10836**	**10,108**
	55	**69,425**	**1,4E-16**	**55,000**

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

3.Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені К, де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$
\begin{aligned}
&na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_m[x^m] - [y] = 0,\\
&a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [xy] = 0,\\
&a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [x^2 y] = 0, \qquad (3.1)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \ldots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,
\end{aligned}
$$

де знаком [ ] позначена сума відповідного елемента.
Для поліному першої степені виду

$$y = a + вx \qquad (3.2)$$

Система нормальних рівнянь буде

$$
\begin{aligned}
&в[x^2] + a[x] - [yx] = 0,\\
&в[x] + na - [y] = 0, \qquad (3.3)
\end{aligned}
$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (3.3) одним із відомих в математиці способів.

4. **Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь**

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої отримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

<u>Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.</u>

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	x^0	x^2	xy	y^2	
1	**1,030**	**4,155**	1	1,061	4,28074007	17,264	
2	**1,897**	**4,905**	1	3,598	9,30403790	24,059	
3	**2,890**	**5,655**	1	8,354	16,34487074	31,979	
4	**3,900**	**6,255**	1	15,211	24,39513615	39,125	
5	**4,884**	**6,855**	1	23,852	33,47866577	46,991	
6	**6,105**	**7,455**	1	37,272	45,51355571	55,577	
7	**7,076**	**7,905**	1	50,067	55,93434586	62,489	
8	**8,151**	**8,355**	1	66,433	68,09877224	69,806	
9	**8,959**	**8,805**	1	80,258	78,88112452	77,528	
10	**10,108**	**9,08**	1	102,179	91,78389736	82,446	
Σ	**55,000**	**69,425**	10	388,286	428,015146	507,265	

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна система нормальних рівнянь

b[X ^{2}] + a[X] –[УХ] =0, (4.1)

b[X] + na – [У] =0.

388.286b + 55.0a - 428.015146 =0, (4.1‘)
55.000b + 10.0a - 69.425 =0.

5. **Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера**

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_{1n} = b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі c, складемо із коефіцієнтів при невідомих визначних Δ, який називається визначником системи рівнянь (5.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \tag{5.2}$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (5.2) на x_i. В лівій частині будемо мати Δx_i, в правій же частині введемо у всі члени i-го стовпчика визначника a_{K} і множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1i}x_i \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2i}x_i \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots a_{ni}x_i \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \tag{5.3}$$

Потім до i-го стовпчика визначника (5.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Величина визначника від цього не зміниться. Тоді i-стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (5.1).

Замінимо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots b_1 \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots b_2 \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots b_n \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \tag{5.4}$$

Звідки, $$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots b_1 \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots b_2 \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots b_n \ldots a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & a_{n3} \ldots a_{nn} \end{vmatrix}}. \tag{5.5}$$

Формула (5.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (5.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однорідних рівнянь.

Система лінійних однорідних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ не рівний нулю.

Нехай,

A=[xy]-1/n([x][y]),
B=[X^2]-1/n([x]^2), **(5.6)**
C=[У^2]-1/n([У]^2).

І в нашому випадку

A=	[XY]-[X][Y]/n=	46,177646
B=	[X^2]-[x]^2/n=	85,7856819
C=	[Y^2]-[Y]^2/n =	25,281562

При цьому коефіцієнт кореляції r

$$r^2=A^2/BC \;,\qquad (5.7)$$

тобто

$$r= A/\sqrt{(BC)}. \qquad (5.8)$$

При цьому

$$r= 0{,}991568$$

що говорить про надто високий зв'язок між факторною Х і результуючою ознакою У. А це дає нам підстави вивести емпіричну формулу математичної моделі впливу ціни товару на його попит.

Таким чином, невідомий коефіцієнт b буде

$$b= A/B\;. \qquad (5.9)$$

І в нашому випадку

$$b= 46{,}177646/85{,}7856819=0{,}538291$$

.

Коефіцієнт а знайдемо за формулою

$$a= 1/n([У] – b[X]). \qquad (5.10)$$

При цьому

a = 1/10(**69,425 – 0,538291(*****55,000)=** 3,981900,

тобто математична модель, розроблена в даній монографії, буде

$$y' = 3{,}981900 + 0{,}538291x\;. \qquad (5.11)$$

6. **Контроль зрівноваження**

Контроль зрівноваження виконується за формулою

$$[У^2] – b[УХ] – a[У] = [\varepsilon\varepsilon] \qquad (6.1)$$

І в нашому випадку

69,425 -0,538291*428,015146-3,981900***69,425=**0,4245587

а з другої сторони

$$[\varepsilon\varepsilon] = 0{,}4245587$$

,

що говорить про коректність виконаної процедури строгого зрівноваження за способом найменших квадратів.

7. **Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь**

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-K}} \qquad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 10; K = 2$. ε- різниця між вирахуваним значенням y' і вихідним значенням y_i

$$\varepsilon_i = y'_i - y_i \qquad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.11) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y', які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень Y.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

μ= √(0,4245587/8)= 0,23037.

Середня квадратична похибка коефіцієнта b

$$m_b = \mu\sqrt{(1/B)} \quad , \qquad (7.3)$$

де вага P коефіцієнта b розраховується за фомулою

$$P_b = (n[X^2] - [X][X])/n),$$

тобто

$$P_b = B. \qquad (7.4)$$

І в нашому випадку

m_b = 0,23037√(1/85,7856819)= 0,02487233.

.

Середня квадратична похибка коефіцієнта a

$$m_a = \mu\sqrt{([X^2]/B*n)}, \qquad (7.5)$$

де вага P коефіцієнта a розраховується за формулою

$$P_a = (n[X^2] - [X][X])/[X^2]), \qquad (7.6)$$

тобто

$$P_a = B*n/[X^2]. \qquad (7.7)$$

І в нашому випадку
m_a = 0,23037√(388,286 /85,7856819*10)= 0,15498589.

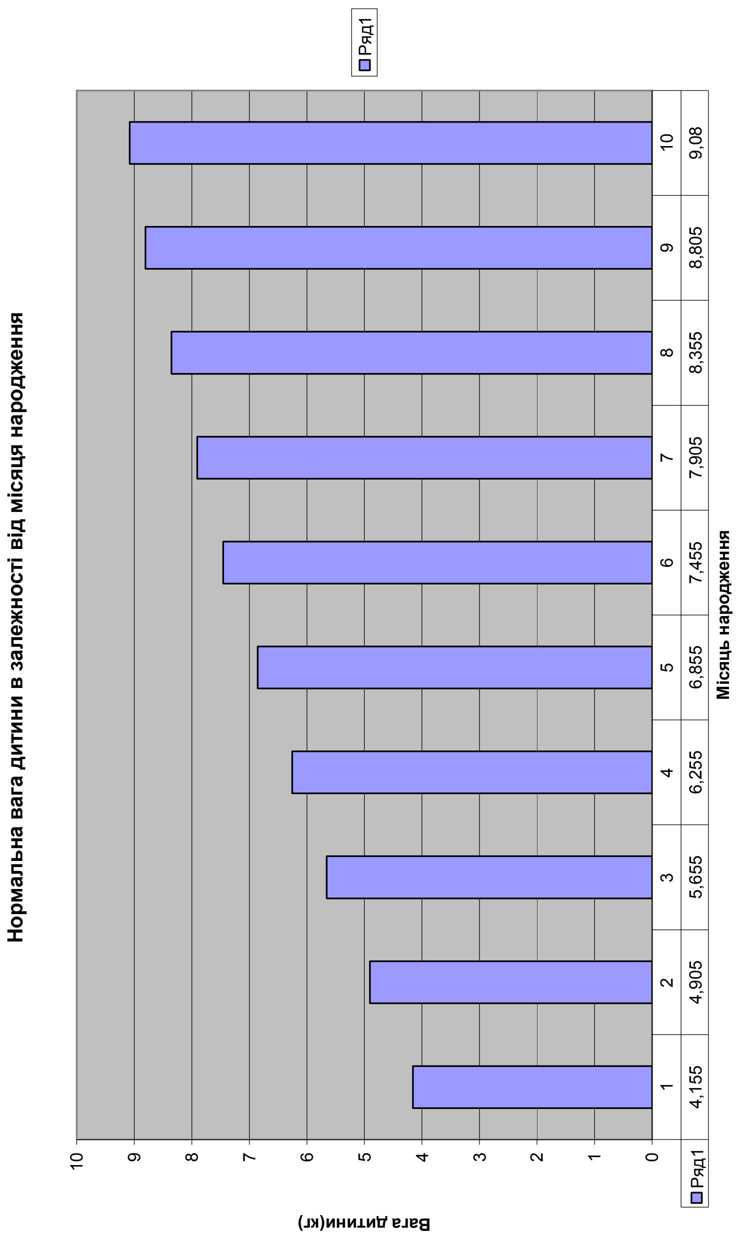
Середню квадратичну похибку зрівноваженої функції У′ розраховують за формулою

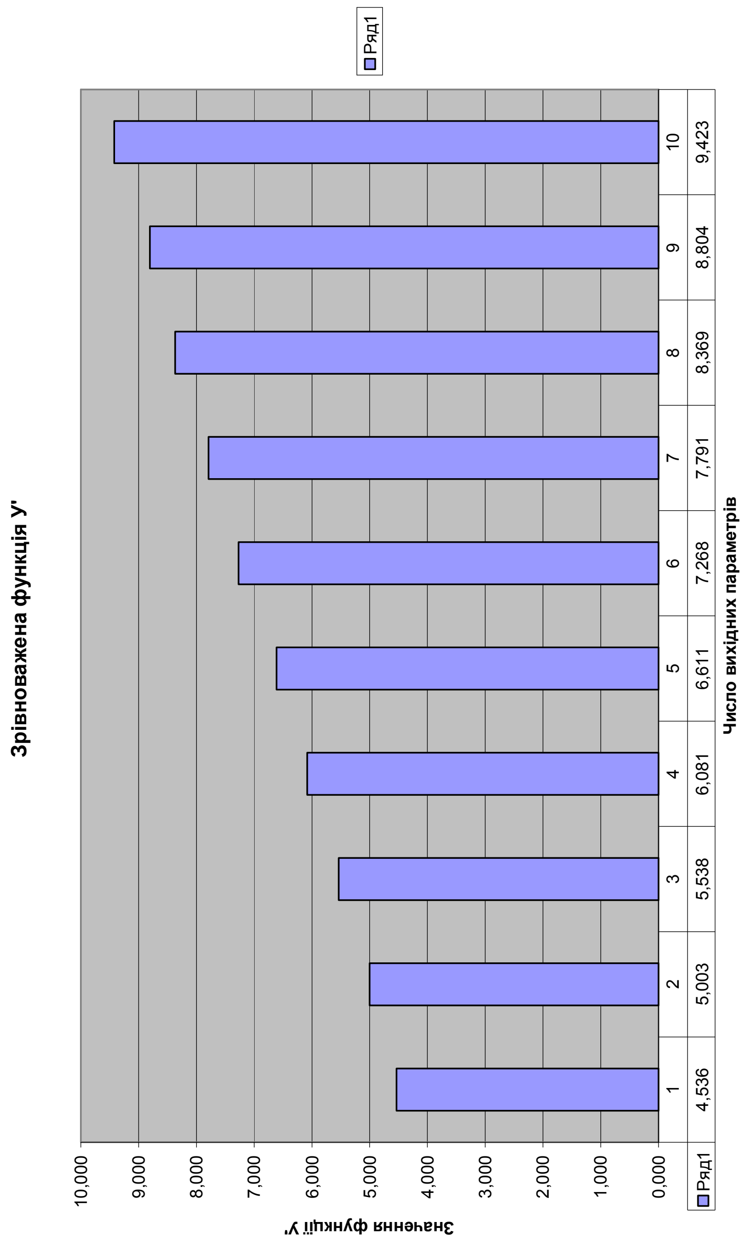
$$m_{У'} = \sqrt{(m_b^2(X_{сп.} - [X]/n)^2 + \mu^2/n))}. \qquad (7.8)$$

Таблиця 5. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

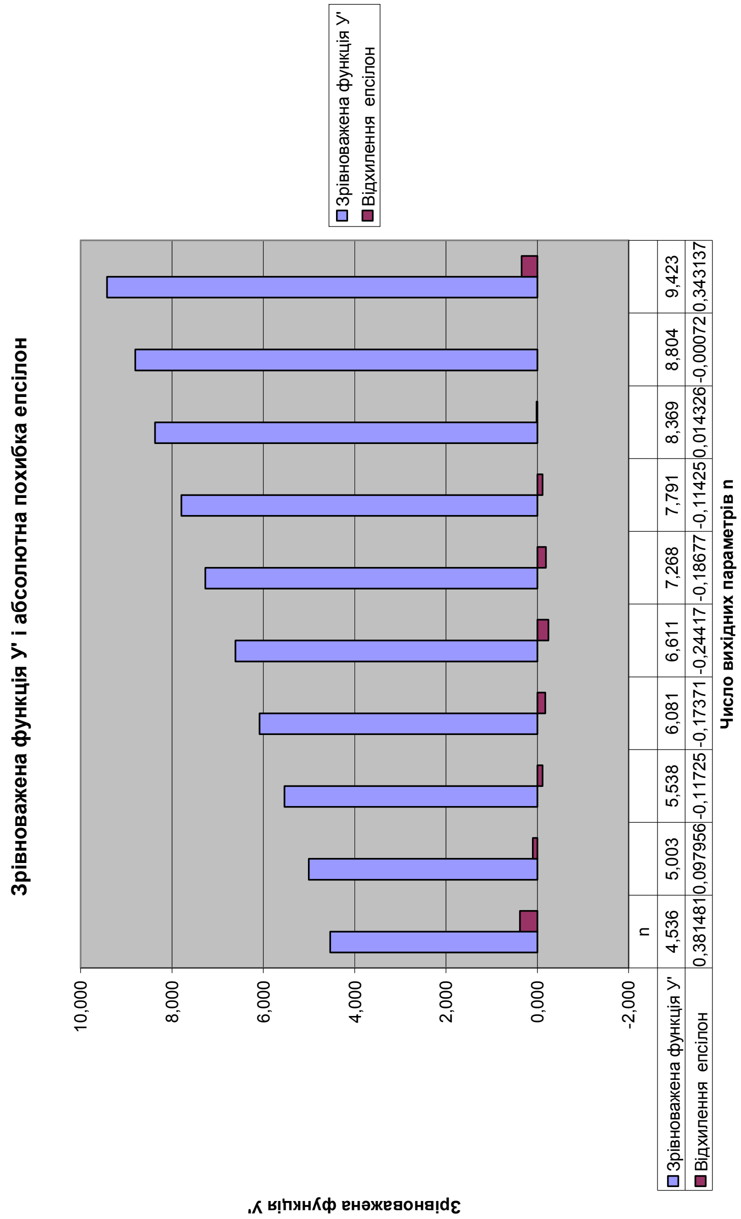
№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	$y'_{зрівноваж}$	$\varepsilon = y'_i - y_i$	ε^2
1	**1,030**	**4,155**	4,536	0,381481	0,1455279
2	**1,897**	**4,905**	5,003	0,0979561	0,0095954
3	**2,890**	**5,655**	5,538	-0,117256	0,0137490
4	**3,900**	**6,255**	6,081	-0,173711	0,0301754
5	**4,884**	**6,855**	6,611	-0,244178	0,0596228
6	**6,105**	**7,455**	7,268	-0,186778	0,0348859
7	**7,076**	**7,905**	7,791	-0,114251	0,0130534
8	**8,151**	**8,355**	8,369	0,014326	0,0002052
9	**8,959**	**8,805**	8,804	-0,000727	0,0000005
10	**10,108**	**9,08**	9,423	0,3431373	0,1177432
n=10	**55,000**	**69,425**	69,425	0,0000000	0,4245587

1


Нормальна вага дитини в залежності від місяця народження
Вага дитини(кг)
Місяць народження
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Ряд1
1 4,155
2 4,905
3 5,655
4 6,255
5 6,855
6 7,455
7 7,905
8 8,355
9 8,805
10 9,08

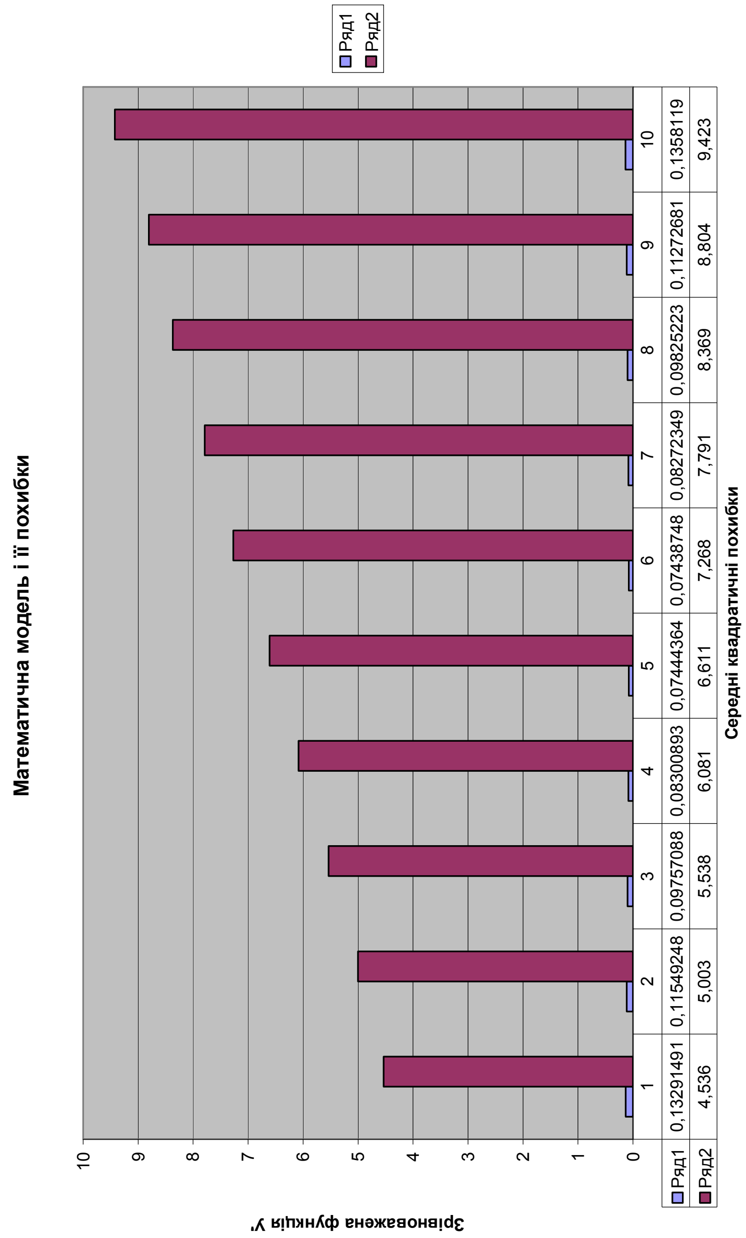

Зрівноважена функція У'
Значення функції У'
Число вихідних параметрів
0,000
1,000
2,000
3,000
4,000
5,000
6,000
7,000
8,000
9,000
10,000
Ряд1
1 4,536
2 5,003
3 5,538
4 6,081
5 6,611
6 7,268
7 7,791
8 8,369
9 8,804
10 9,423

2



Зрівноважена функція У' і абсолютна похибка епсілон
Зрівноважена функція У'
Відхилення епсілон
10,000
8,000
6,000
4,000
2,000
0,000
-2,000
n
Зрівноважена функція У': 4,536 5,003 5,538 6,081 6,611 7,268 7,791 8,369 8,804 9,423
Відхилення епсілон: 0,381481 0,097956 -0,11725 -0,17371 -0,24417 -0,18677 -0,11425 0,014326 -0,00072 0,343137
Число вихідних параметрів n
Зрівноважена функція У'

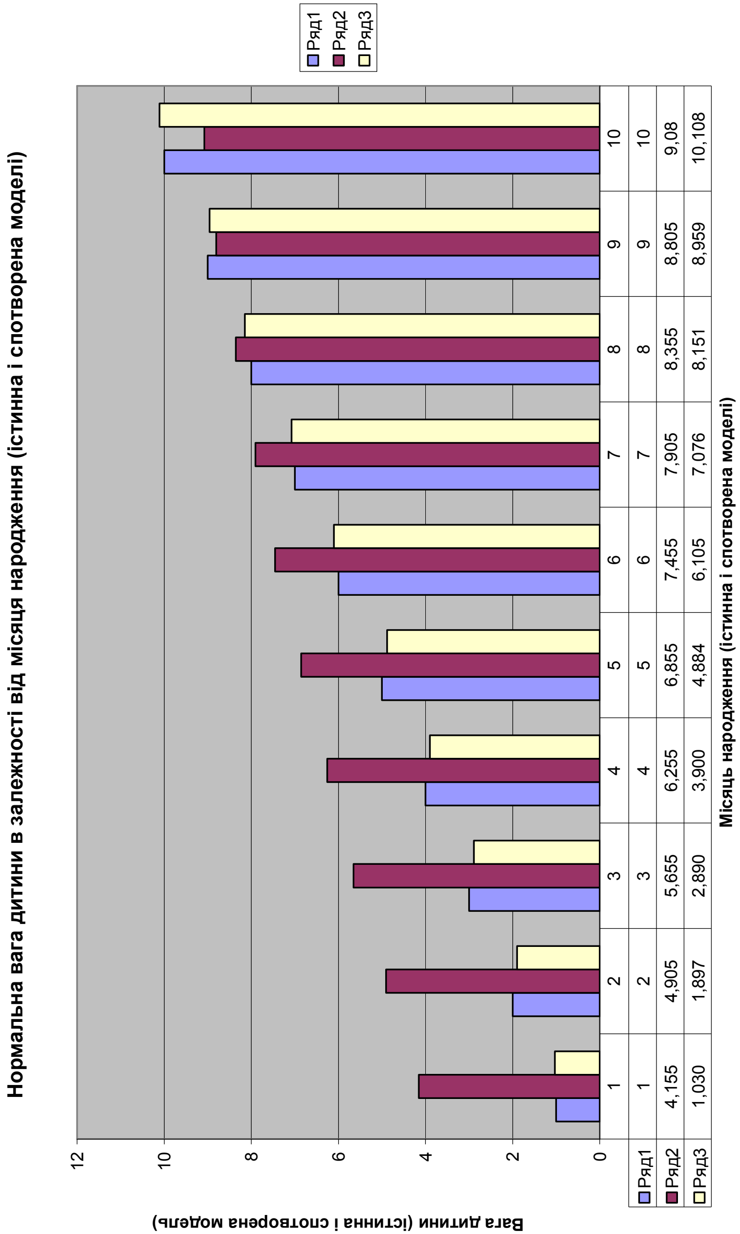
3



Математична модель і її похибки
Ряд1
Ряд2
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Ряд1: 0,13291491 0,11549248 0,09757088 0,08300893 0,07444364 0,07438748 0,08272349 0,09825223 0,11272681 0,1358119
Ряд2: 4,536 5,003 5,538 6,081 6,611 7,268 7,791 8,369 8,804 9,423
Середні квадратичні похибки
Зрівноважена функція У'

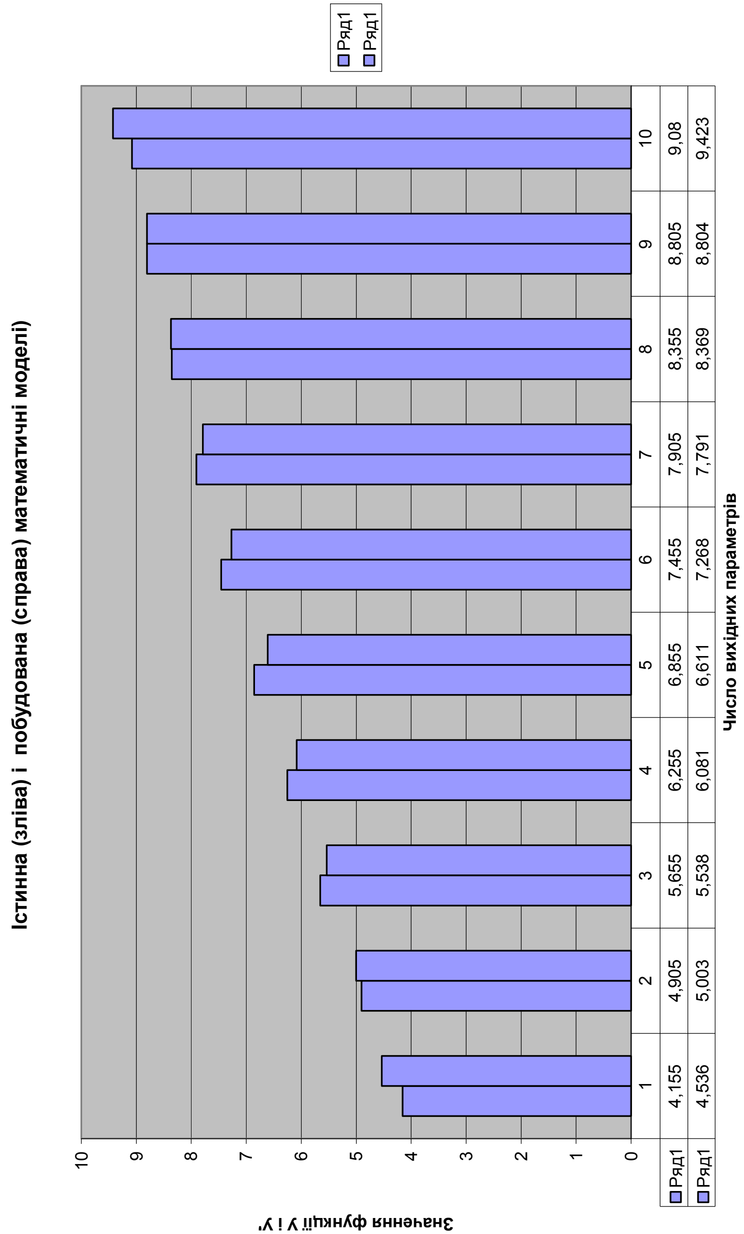
4

5



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ряд1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ряд2	4,155	4,905	5,655	6,255	6,855	7,455	7,905	8,355	8,805	9,08
Ряд3	1,030	1,897	2,890	3,900	4,884	6,105	7,076	8,151	8,959	10,108

6



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ряд1	4,155	4,905	5,655	6,255	6,855	7,455	7,905	8,355	8,805	9,08
Ряд1	4,536	5,003	5,538	6,081	6,611	7,268	7,791	8,369	8,804	9,423

На першій діаграмі «Нормальна вага дитини в залежності від місяця з дня народження» представлена графічно вага дитини в перші десять місяців з дня її народження.

На другій діаграмі представлена побудована математична модель залежності ваги дитини від місяця з дня народження.

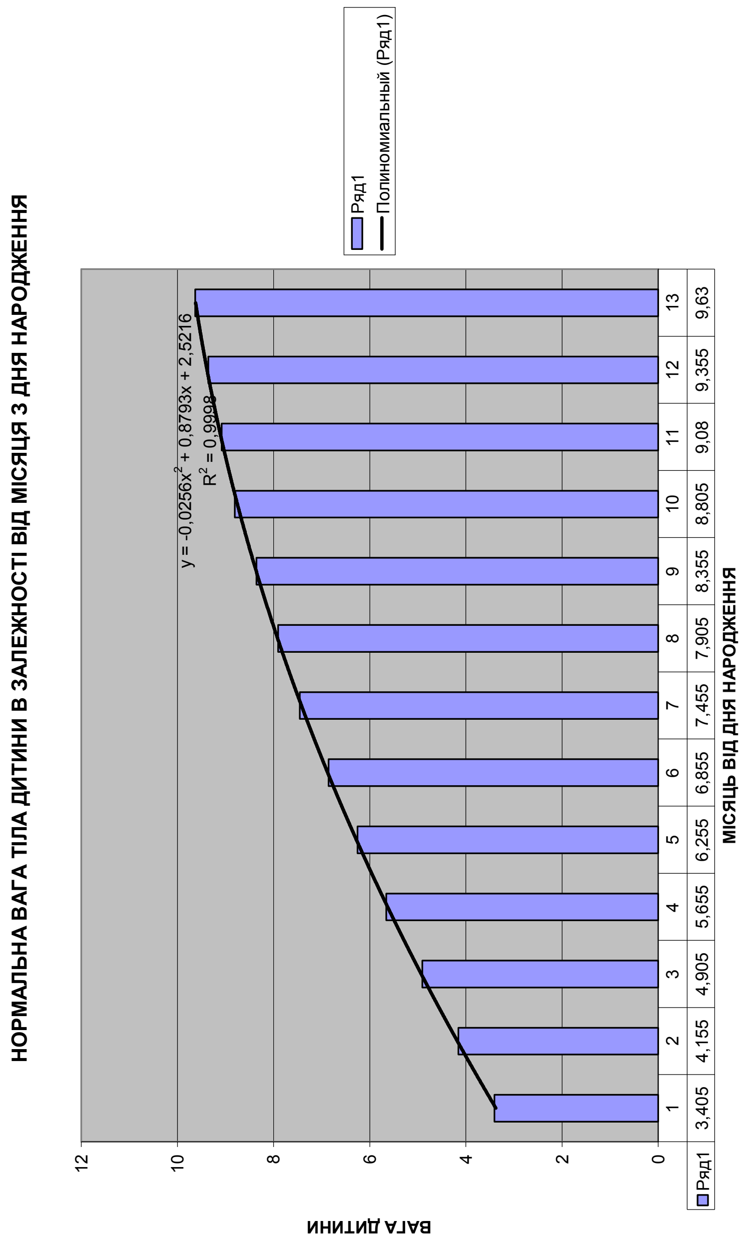
На третій діаграмі поряд з побудованою математичною моделлю представлені абсолютні похибки (відхилення) даної функції від її істинної моделі.

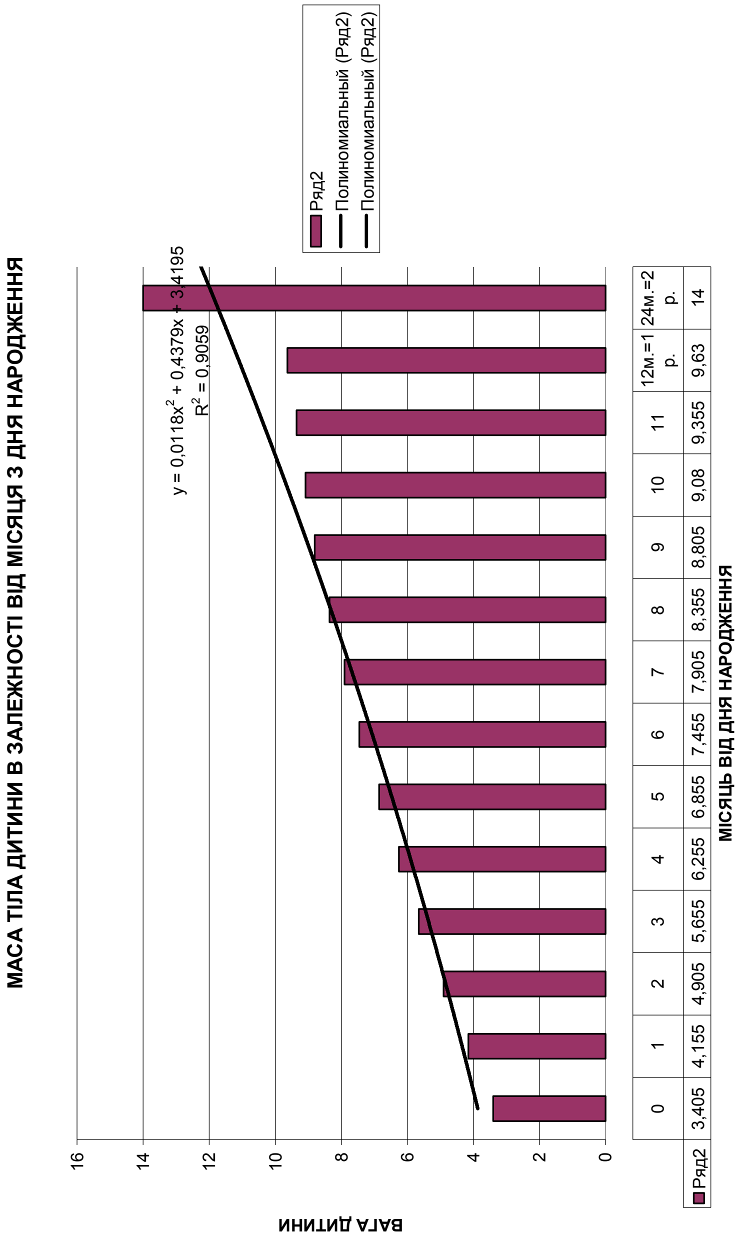
Четверта діаграма відображає поряд з побудованою моделлю середні квадратичні похибки її побудови.

На п’ятій діаграмі приведена стинна і побудована математичні моделі .

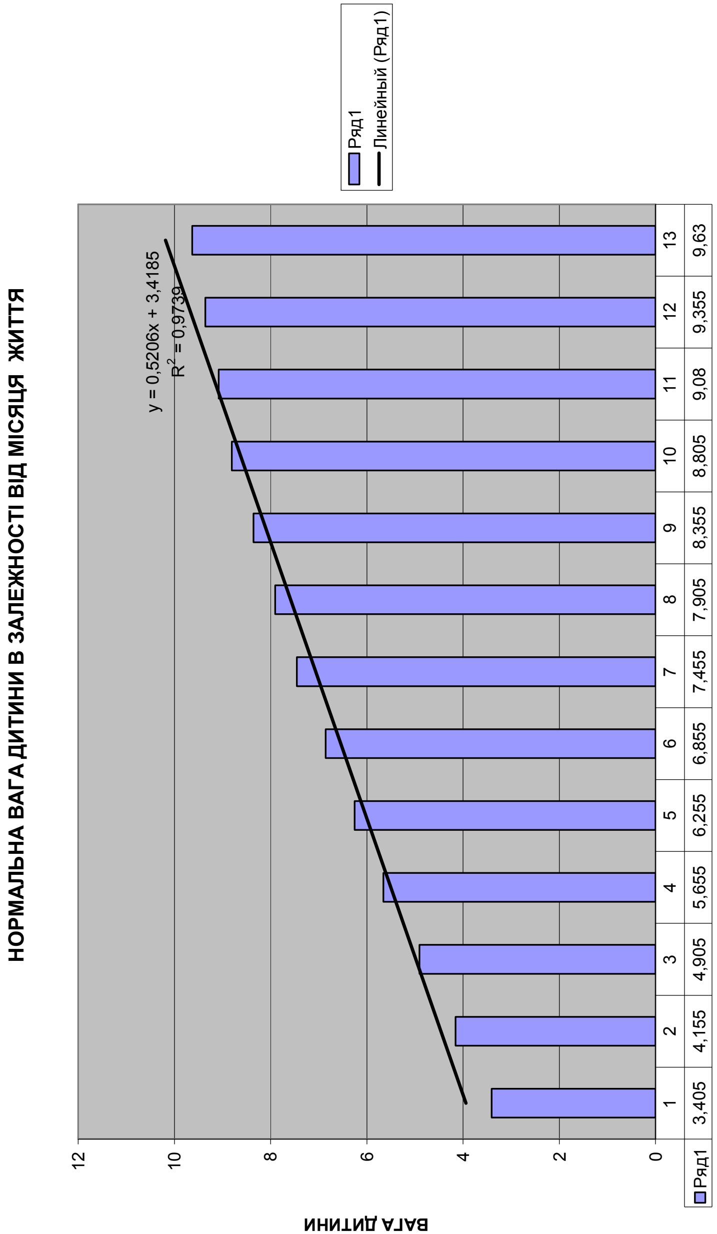
Шоста діаграма ілюструє порівняння істинної і зрівноваженої математичної моделі.

7



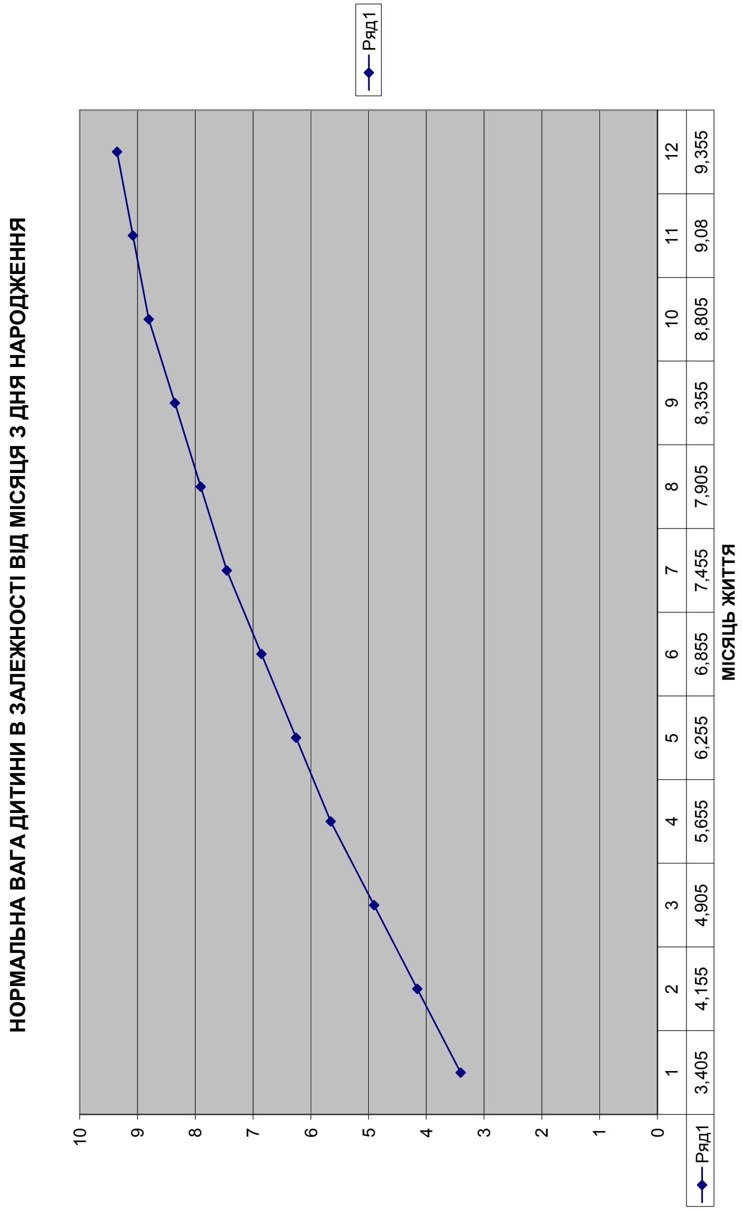

МАСА ТІЛА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МІСЯЦЯ З ДНЯ НАРОДЖЕННЯ
ВАГА ДИТИНИ
0
2
4
6
8
10
12
14
16
y = 0,0118x2 + 0,4379x + 3,4195
R2 = 0,9059
Ряд2
Полиномиальный (Ряд2)
Полиномиальный (Ряд2)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12м.=1 р. 24м.=2 р.
Ряд2 3,405 4,155 4,905 5,655 6,255 6,855 7,455 7,905 8,355 8,805 9,08 9,355 9,63 14
МІСЯЦЬ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ

8

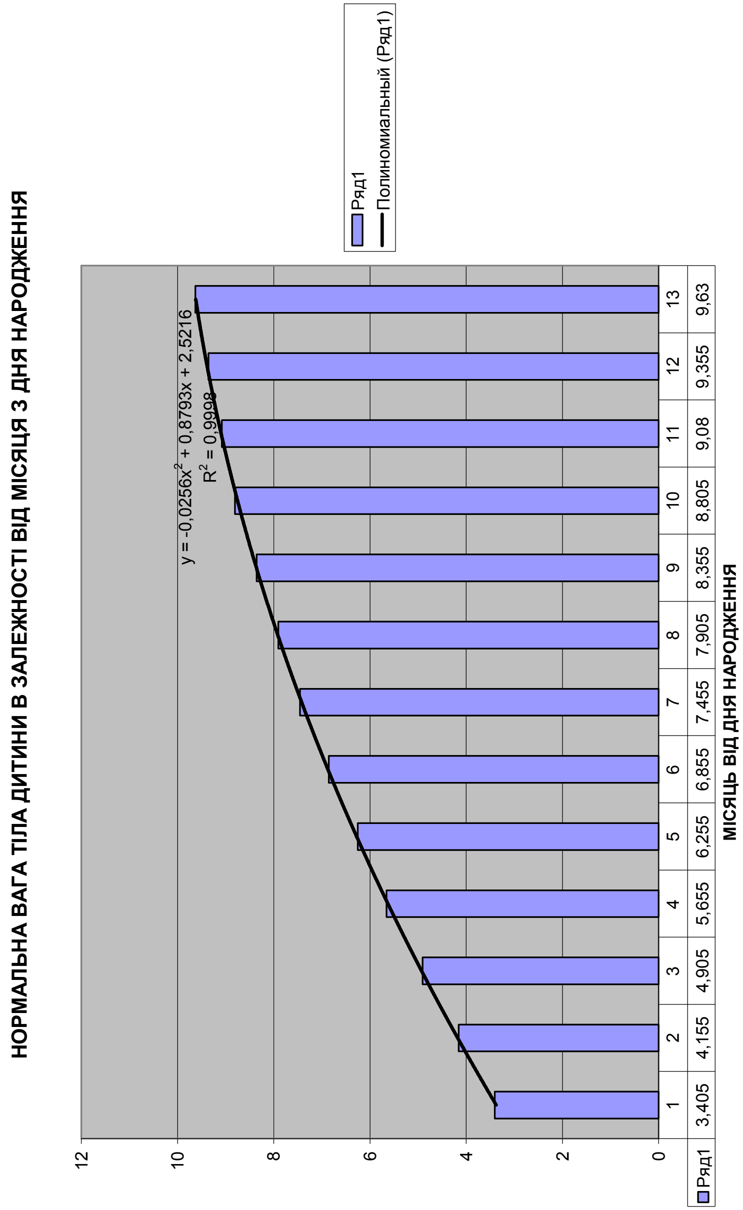

НОРМАЛЬНА ВАГА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МІСЯЦЯ ЖИТТЯ
ВАГА ДИТИНИ
0
2
4
6
8
10
12
y = 0,5206x + 3,4185
R2 = 0,9739
Ряд1
Линейный (Ряд1)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
Ряд1 3,405 4,155 4,905 5,655 6,255 6,855 7,455 7,905 8,355 8,805 9,08 9,355 9,63
МІСЯЦЬ З ДНЯ НАРОДЖЕННЯ

9

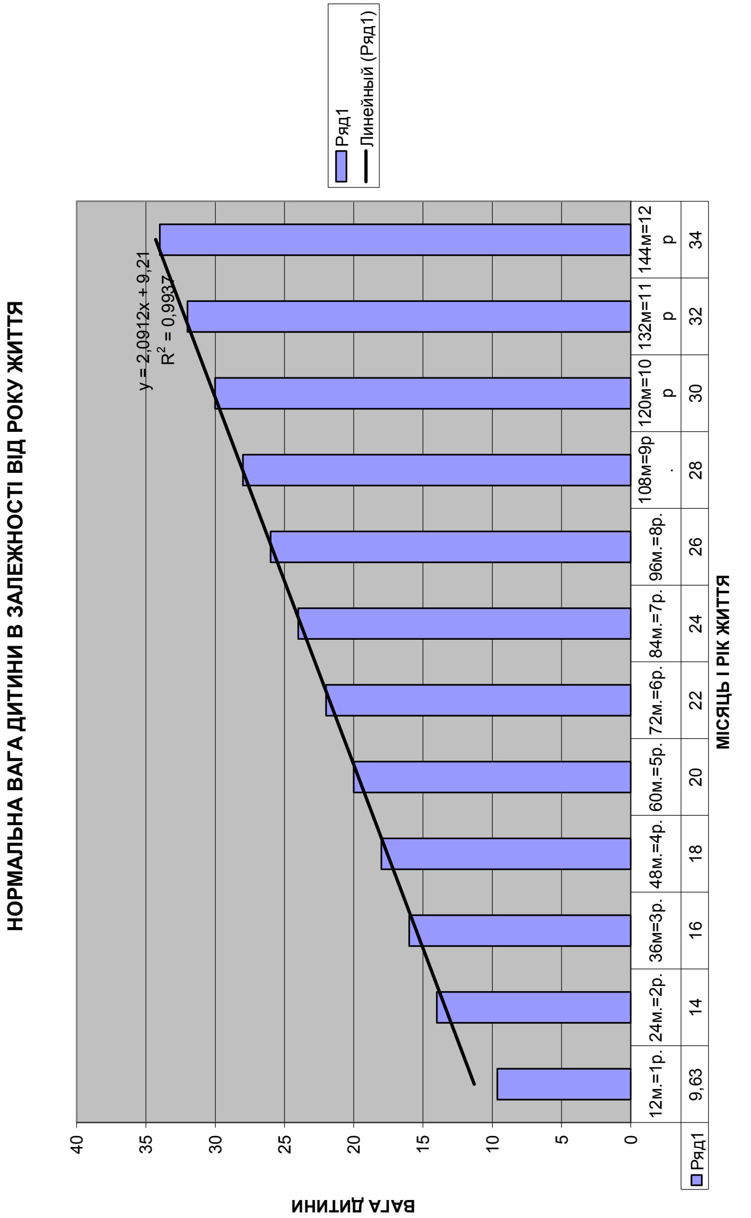
10


НОРМАЛЬНА ВАГА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МІСЯЦЯ З ДНЯ НАРОДЖЕННЯ
Ряд1
ВАГА ДИТИНИ
МІСЯЦЬ ЖИТТЯ
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
3,405 4,155 4,905 5,655 6,255 6,855 7,455 7,905 8,355 8,805 9,08 9,355

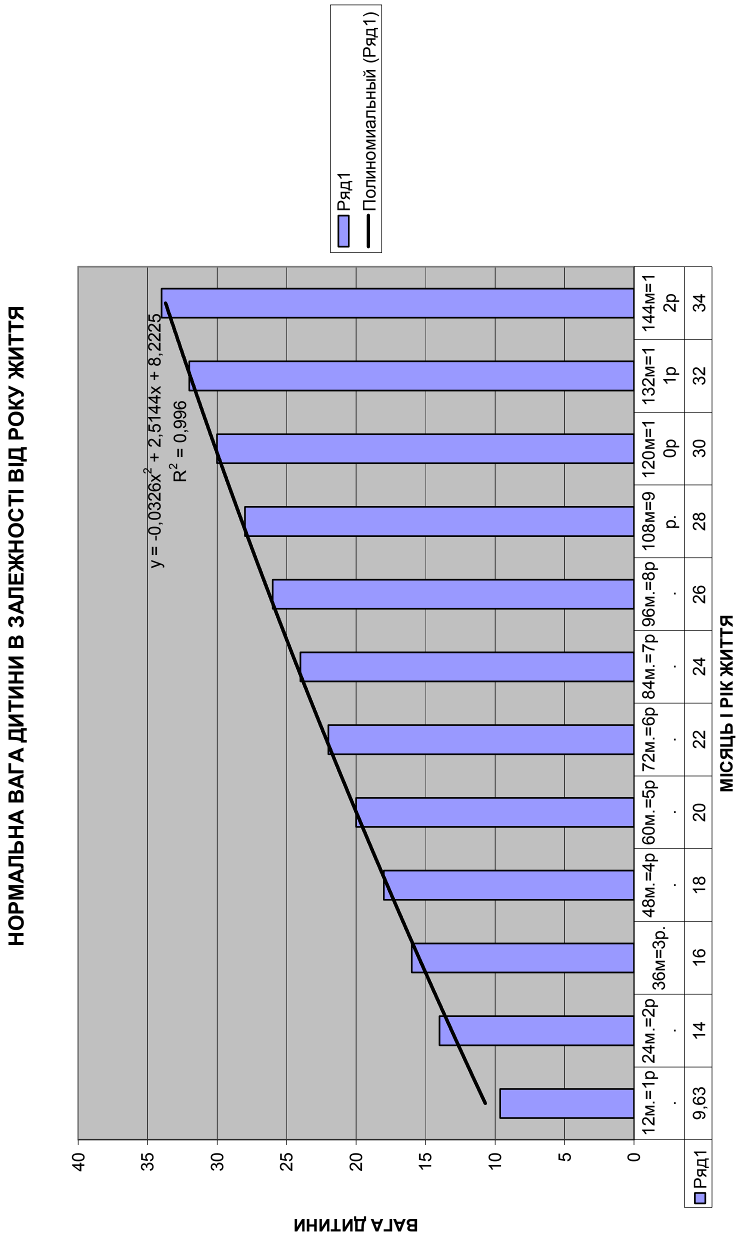
11


НОРМАЛЬНА ВАГА ТІЛА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МІСЯЦЯ З ДНЯ НАРОДЖЕННЯ
Ряд1
Полиномиальный (Ряд1)
y = -0,0256x2 + 0,8793x + 2,5216
R2 = 0,9998
ВАГА ДИТИНИ
МІСЯЦЬ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
3,405 4,155 4,905 5,655 6,255 6,855 7,455 7,905 8,355 8,805 9,08 9,355 9,63

12


НОРМАЛЬНА ВАГА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД РОКУ ЖИТТЯ
Ряд1
Линейный (Ряд1)
y = 2,0912x + 9,21
R2 = 0,9937
ВАГА ДИТИНИ
МІСЯЦЬ І РІК ЖИТТЯ
0
5
10
15
20
25
30
35
40
12м.=1р.
24м.=2р.
36м=3р.
48м.=4р.
60м.=5р.
72м.=6р.
84м.=7р.
96м.=8р.
108м=9р.
120м=10 р
132м=11 р
144м=12 р
Ряд1
9,63
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34

13


НОРМАЛЬНА ВАГА ДИТИНИ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД РОКУ ЖИТТЯ
Ряд1
Полиномиальный (Ряд1)
y = -0,0326x2 + 2,5144x + 8,2225
R2 = 0,996
ВАГА ДИТИНИ
МІСЯЦЬ І РІК ЖИТТЯ
0
5
10
15
20
25
30
35
40
12м.=1р.
24м.=2р.
36м=3р.
48м.=4р.
60м.=5р.
72м.=6р.
84м.=7р.
96м.=8р.
108м=9 р.
120м=10р
132м=11р
144м=12р
Ряд1
9,63
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34

На сьомій діаграмі приведена апроксимація функції поліномом шостого степеня. Встановлена формула залежності віку дитини Х від ваги У

$У=0{,}0000008X^6 - 0{,}0006X^5 + 0{,}0154X^4 – 0{,}1867X^3 + 1{,}0118X^2 - 1{,}5160X + 4{,}1001.$ (7,9)

Точність формули $R^2=0.9971$.

Формула справедлива для віку – від дня народження до 12 років включно.

На восьмій діаграмі проведена апроксимація функції для віку від дня народження до двох років поліномом другого порядку.Отримана формула

$$У=0{,}0118X^2 + 0{,}4379X+3{,}4195. \qquad (7,10)$$

На дев’ятій діаграмі побудована математична модель залежності ваги дитини від її віку до 12 календарних місяців у вигляді поліному першого степеня

$$У=0{,}520X+ 3{,}4185. \qquad (7,11)$$

При цьому точність побудови $R^2=0{,}9739$.

На 10 діаграмі приведений графік даної залежності.

Для 11 діаграми виведена формула математичної моделі у вигляді квадратичного поліному

$$У= - 0{,}025X^2 + 0{,}8793X + 2{,}5216. \qquad (7,12)$$

В даному випадку $R^2 = 0.9998$.

Для 12 діаграми виведена формула математичної моделі у вигляді поліному у першого степеня для віку від 1 до 12 років

$$У =2{,}0912X + 9{,}21. \qquad (7,13)$$

На тринадцятій діаграмі для цього ж віку приведена формула квадратичного поліному

$$У=-0{,}0326X^2 +2{,}5144X + 8{,}2225 \qquad (7.14)$$

При $R^2=0.996$.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності ваги дитини від її віку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула

$$Y'=a+bX= \underline{3{,}981900+}\ 0{,}538291\ X$$

залежності віку дитини **Х** від її ваги **У**.

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,23037 одиниці ваги в місяць у;;
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a $m_a = 0{,}15498589;$
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x $m_b = 0{,}02487233$
   - середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m $_{\varphi}$

0,659032
0,530259
0,489496
0,4114411
0,3657354
0,4068443
0,4300329
0,4983919
0,4607117
0,6181721

6. На сьомій діаграмі приведена апроксимація функції поліномом шостого степеня. Встановлена формула залежності віку дитини Х від ваги У

$У=0{,}0000008X^6 - 0{,}0006X^5 + 0{,}0154X^4 – 0{,}1867X^3 + 1{,}0118X^2 - 1{,}5160X + 4{,}1001.$ (7,9)

Точність формули $R^2=0.9971$.

Формула справедлива для віку – від дня народження до 12 років включно.

На восьмій діаграмі проведена апроксимація функції для віку від дня народження до двох років поліномом другого порядку.Отримана формула

$$У=0,0118X^2 +0,4379X+3,4195. \qquad (7,10)$$

На дев'ятій діаграмі побудована математична модель залежності ваги дитини від її віку до 12 календарних місяців у вигляді поліному першого степеня

$$У=0,520X+ 3,4185. \qquad (7,11)$$

При цьому точність побудови R^2=0,9739.

На 10 діаграмі приведений графік даної залежності.

Для 11 діаграми виведена формула математичної моделі у вигляді квадратичного поліному

$$У= - 0,025X^2 + 0,8793X + 2,5216. \qquad (7,12)$$

В даному випадку R^2 = 0.9998.

Для 12 діаграми виведена формула математичної моделі у вигляді поліному у першого степеня для віку від 1 до 12 років

$$У =2,0912X + 9,21. \qquad (7,13)$$

На тринадцятій діаграмі для цього ж віку приведена формула квадратичного поліному

$$У=-0,0326X^2 +2,5144X + 8,2225 \qquad (7.14)$$

При R^2=0.996.

7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.
9. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.

10. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в економіці.

Література

- 1. Бугір М.К. Математика для економістів.Київ.Видавничий центр «Академія», 2003,- 519 с.
- Ржевський С.В., Александрова В.М. Дослідження . операцій. Київ, «Академвидав», 2006, -558 с.
- 3. Соколенко О.І. Вища математика.Київ, Видавничий центр «Академія», 2003,-431 с.
- 4. Літнарович Р.М. Алгебра матриць. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне,2007, - 108 с.
- 5. Літнарович Р.М. Лінійна алгебра. Елементи теорії визначників. Курс лекцій.МЕГУ, Рівне,2007, - 72 с.
- 6.Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Навчальний посібник.Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17 с.
- Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Навчальний посібник.Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, -17 с.

Додаток 1

Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок.

0,51	0,417	0,093	0,008649	0,00461	0,00002128
0,1	0,417	-0,317	0,100489	-0,016	0,00024721
0,08	0,417	-0,337	0,113569	-0,0167	0,00027939
0,11	0,417	-0,307	0,094249	-0,015	0,00023186
0,06	0,417	-0,357	0,127449	-0,0177	0,00031353
0,74	0,417	0,323	0,104329	0,016	0,00025665
0,65	0,417	0,233	0,054289	0,01156	0,00013355
0,88	0,417	0,463	0,214369	0,023	0,00052736
0,29	0,417	-0,127	0,016129	-0,0063	0,00003968
0,75	0,417	-6,31	39,8161	-0,313	0,09794950
4,17		-6,643	40,64962	-3,3E-01	0,10000000
A	B	C	D	E	F

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі.

0,00461	1,005	1	4,155	1,005
-0,016	1,984	2	4,905	1,984
-0,0167	2,983	3	5,655	2,983
-0,015	3,985	4	6,255	3,985
-0,0177	4,982	5	6,855	4,982
0,016	6,016	6	7,455	6,016
0,01156	7,012	7	7,905	7,012
0,023	8,023	8	8,355	8,023
-0,0063	8,994	9	8,805	8,994
-0,313	9,687	10	9,08	9,687
-3,3E-01	54,671	55	69,425	54,671
E	I	G	H	I
Істинні похиб.	Хспотв.	Хіст.	Уіст.	Хспотв.

Додаток 3. Розрахункова таблиця.

4,155	1,005	1	1,009	4,17416575	17,264
4,905	1,984	1	3,937	9,73287947	24,059
5,655	2,983	1	8,900	16,87047770	31,979
6,255	3,985	1	15,878	24,92475604	39,125
6,855	4,982	1	24,823	34,15361992	46,991
7,455	6,016	1	36,193	44,84943233	55,577
7,905	7,012	1	49,162	55,42635442	62,489
8,355	8,023	1	64,368	67,03186652	69,806
8,805	8,994	1	80,887	79,18953681	77,528
9,08	9,687	1	93,839	87,95824288	82,446
69,425	54,671	10	378,996	424,311332	507,265
H	I	J	K	L	M
Уіст.	Хспотв.	X0	X^2	Y*X	Y^2

Додаток 4. Розрахунок коефіцієнта кореляції

Розраху	нок коефіці	єнта A=	[XY]-[X][Y]/n=	44,761283
Розраху	нок коефіці	єнта B=	[X^2]-[x]^2/n=	80,1093494
Розраху	нок коефіці	єнта C=	[Y^2]-1/n*[Y]^2=	25,281562
Розраху	нок коефіці	єнта коре	ляції r^2=A^2/BC=	0,98927707
	r=√r^2=	0,971248		

Додаток 5. Вільні члени нормальних рівнянь.

[УХ]= 424,311332

[У]= **69,425**

Додаток 6. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному.

Розраху	нок коефіці	єнта b	
	b=A/B=	0,558752	
Розраху	нок коефіці	єнта a	3,887772
	a=1/n([Y]-b[X])=		

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень.

Формула	побудованої моделі	математи	чної
Y'=a+bX=	**3,887772+**	**0,558752**	**X**

Додаток 7. Оцінка точності функції φ $_{У'}$

$$m_{\varphi} = \sqrt{m_b^2 \left[X_{cn.} - \frac{1}{n} \left[X \right] \right]^2 + \mu^2 / n}$$

mφ=

0,1086834
0,09230153
0,07744809
0,06571193
0,05905978
0,05929701
0,06631538
0,07843474
0,09300356
0,10450648

Контроль зрівноваження.

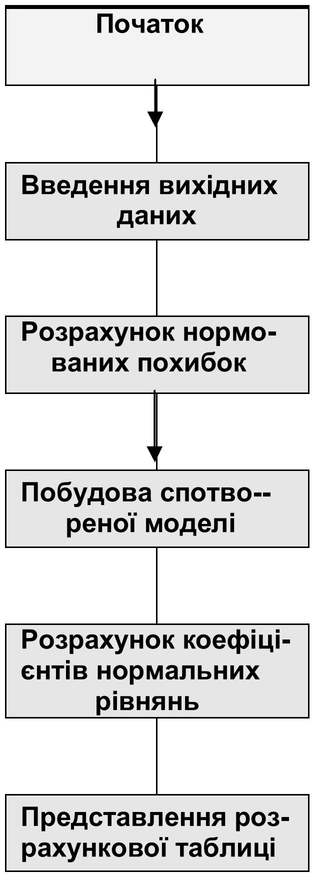
Контроль	зрівноважен	ня	
[Y^2]-	b[YX]-	a[Y]=	0,2710925
[εε]=	0,2710925		

Додаток 9. Оцінки точності зрівноважених елементів.

Середня	квадратична похибка одиниці ваги		
μ=√(	**[εε]/(n-k))=**	0,18408	
Середня	квадратична похибка коефіцієнта а		нта b
mb=	μ√(1/B)=	0,02056706	
Се редня квадратична похибка коефіцієнта в		коефіціє	нта а
ma=	μ√([x^2]/B*n)	0,12661623	

Вага коефіцієнта b Pb=	B=	80,10935
Вага коефіцієнта a Pa=	B*n/[X^2]	2,1137262

Додаток 10.Блок-схема розрахунків в Ms Excel



Катерина Федорівна Корнілова
Діана Олександрівна Драпко

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ ВАГИ ДИТИНИ ВІД ВІКУ І ЇЇ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Апроксимація поліномом першого степеня

Наукове видання

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МЕГУ

Науковий керівник – кандидат технічних наук, доцент <u>Літнарович Руслан Миколайович</u>

Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у редакторі Microsoft® Office 2003® Word

К.Ф. Корнілова, Д.О. Драпко

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Ім.акад. С.Дем'янчука

Кафедра Математичного моделювання

33027, м. Рівне, вул.акад.С.Дем'янчука, 4